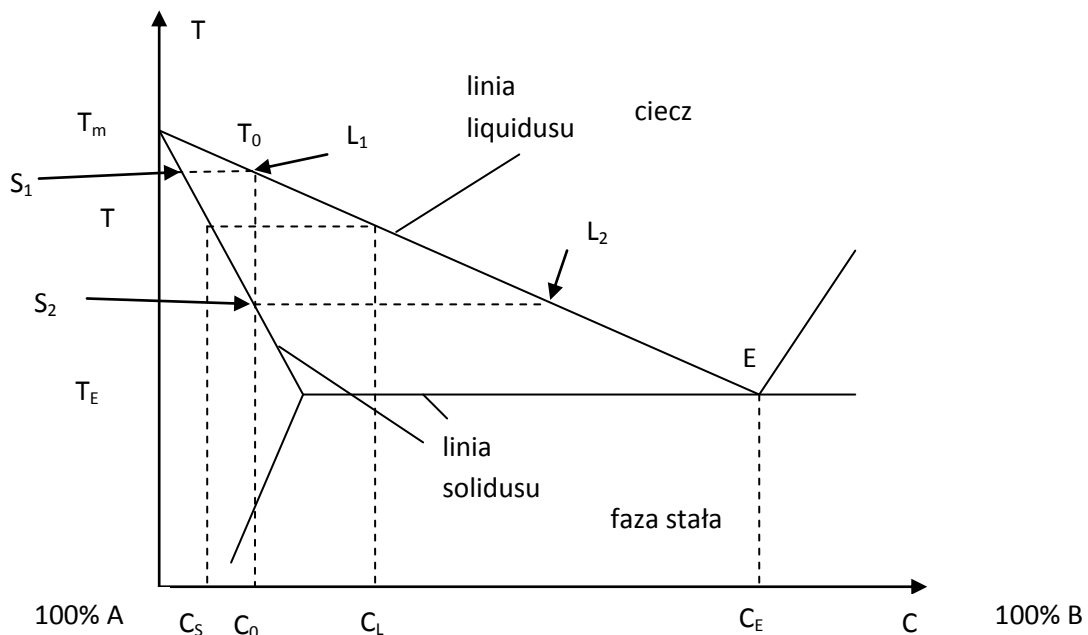


Modelowanie krzepnięcia stopu w obszarze 2D.

1. Model fizyczny

Proces krzepnięcia stopu zachodzi, w odróżnieniu od czystej substancji, w pewnym zakresie temperatury. Na rysunku 1 przedstawiony jest fragment wykresu równowagi fazowej dla stopu podwójnego z eutektyką (pkt. E) w układzie współrzędnych temperatura – stężenie.



Rysunek 1 Wykres równowagi fazowej dla stopu podwójnego z eutektyką. Początkowe stężenie stopu wynosi C₀, stężenie odpowiadające eutektyce C_E, stężenia w fazie stałej i ciekłej odpowiednio C_s i C_l.

Faza ciekła jest ograniczona od dołu linią *liquidusu*, faza stała jest ograniczona od góry linią *solidusu*. Na wykresie zostały przedstawione w postaci zlinearyzowanej. W tym przypadku można przedstawić je w postaci funkcji:

$$T_{Liq} = T_m + m_l C$$

$$T_{Sol} = T_m + \frac{m_l}{k_p} C$$

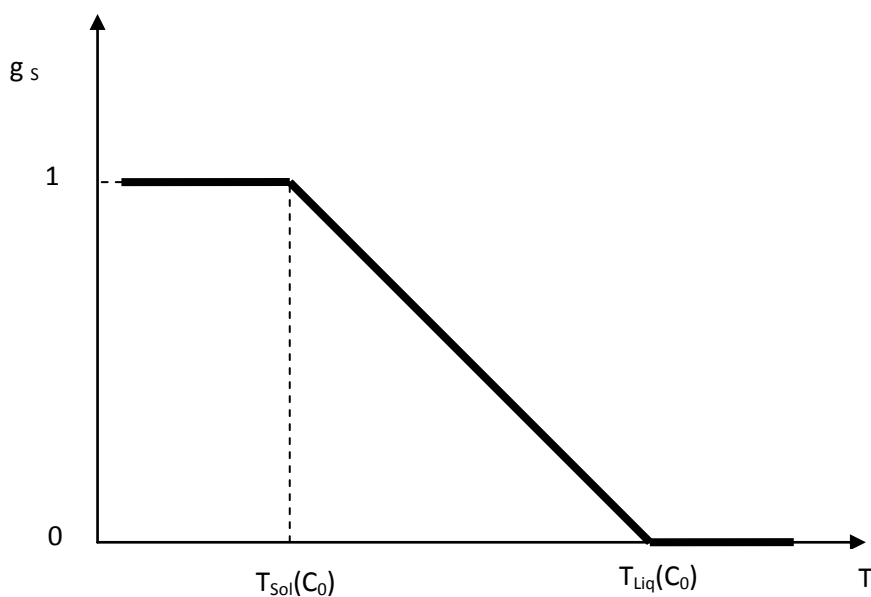
gdzie T_m to temperatura krzepnięcia czystej substancji A, m_l – współczynnik nachylenia linii *liquidusu*, k_p – współczynnik rozdziału faz, C – stężenie składnika B w fazie ciekłej. Współczynniki m_l i k_p są zdefiniowane następująco:

$$m_l = -\frac{T_m - T_E}{C_E}$$

$$k_p = \frac{C_l}{C_s}$$

Ponieważ występują różne rozpuszczalności składnika B w fazach stałej i ciekłej, na granicy faz ma miejsce segregacja składnika. Stężenie w fazie ciekłej zmienia się wzdłuż linii L_1 do L_2 , stężenie w fazie stałej zmienia się wzdłuż linii S_1 do S_2 .

W programie FLUENT istnieje tylko jeden wbudowany model krzepnięcia stopu binarnego, oparty na założeniu, że udział fazy ciekłej jest funkcją liniową w zakresie pomiędzy temperaturą solidusu i liquidusu (rys. 2).



Rysunek 2 Zależność udziału fazy stałej od temperatury w modelu krzepnięcia dostępnym w programie FLUENT.

2. Model matematyczny

Równanie przewodzenia ciepła, w warunkach braku konwekcji ma postać

$$\rho c_w \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho L \frac{\partial g_s}{\partial t}$$

gdzie c_w – ciepło właściwe, ρ – gęstość, k – współczynnik przewodzenia ciepła, L – ciepło topnienia, g_s – udział fazy stałej.

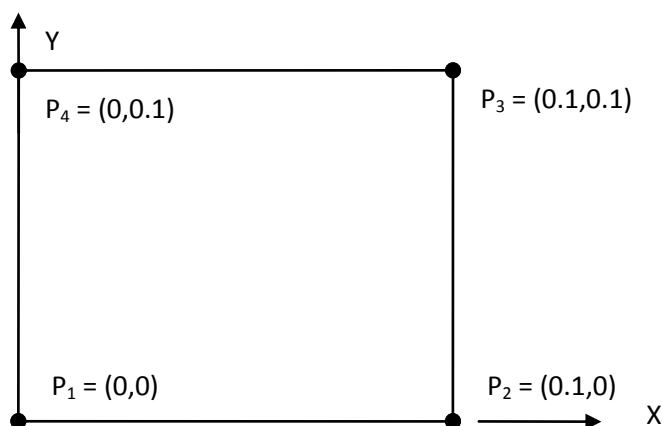
W równaniu tym pojawia się człon źródłowy (drugi po prawej stronie) związany w wydzielaniem ciepła podczas procesu krzepnięcia. Równanie to uzupełnione jest o zależność łączącą udział fazy stałej i temperaturę (rys. 2)

$$g_s = \begin{cases} 1 & \text{dla } T < T_{Sol}(C_0) \\ \frac{T_{Liq}(C_0) - T}{T_{Liq}(C_0) - T_{Sol}(C_0)} & \text{dla } T_{Sol}(C_0) < T < T_{Liq}(C_0) \\ 0 & \text{dla } T_{Liq}(C_0) < T \end{cases}$$

W przypadku stopów ma miejsce również transport masy (składnika rozpuszczonego). W prezentowanej analizie ten proces będzie pominięty.

3. Geometria i warunki brzegowe

Analizowana geometria została przedstawiona na poniższym rysunku.



Rysunek 3 Geometria obszaru.

Warunki brzegowe na ściankach:

- ścianka lewa – $\alpha = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$, $T_f = 300 \text{ K}$
- ścianka dolna – $\alpha = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$, $T_f = 300 \text{ K}$
- ścianka prawa – adiabatyczna
- ścianka górna – adiabatyczna.

Temperatura początkowa wynosi 950 K.

4. Procedura postępowania w programie ANSYS-Workbench

W najprostszym przypadku analiza numeryczna w programie ANSYS - Workbench 14.5 składa się z co najmniej trzech etapów:

- Tworzenie geometrii - moduł "geometry".
- Tworzenie siatki - moduł "mesh".
- Definicja zagadnienia, obliczenia - FLUENT lub CFX.

Zalecane jest również przeprowadzenie postprocessingu w module Results, możliwy jest również postprocessing w programie Fluent.

Definicja geometrii

- Zagadnienie jest dwu-wymiarowe, dlatego we właściwościach geometrii (okno A2 w module "geometry") należy ustawić typ analizy (*Analysis Type*): 2D.
- Uruchomić program Design Modeller, wybrać jednostki długości: "metry".
- Utworzyć szkic, w płaszczyźnie XY, i zwymiarować go zgodnie z rysunkiem 3.
- Z tak utworzonego szkicu stworzyć powierzchnię: *Concept* → *Surfaces from Sketches* (z opcją *Add Frozen*).
- Nadać nazwy poszczególnym brzegom i wnętrzu obszaru: *Tools* → *Named Selection*.
- W *Details of Surface Body* ustawić właściwość komórki *Fluid/Solid* na *Fluid*.
- Zamknąć program Design Modeller.

Tworzenie siatki

- W *Details of Mesh* → *Defaults* ustawić:
 - o *Physics Preference* na *CFD*,
 - o *Solver Preference* na *Fluent*.
- W *Geometry Surface Body* → *Thickness*: 0.
- Dodać w *Mesh* ustawienia lokalne siatki:
 - o *Mesh* → *Insert* → *Method* (zaznaczyć obszar, *Method*: *Quadrilateral Dominant, Free Face Mesh Type: All Quad*),
 - o *Mesh* → *Insert* → *Sizing* (zaznaczyć cztery krawędzie, *Type*: *Number of Divisions, Number of Divisions*: 50, *Behavior*: *Hard, Bias*: zagęszczenie obustronne na brzegach, *Bias Factor*: 3),
 - o *Mesh* → *Insert* → *Mapped Face Meshing* (zaznaczyć obszar, *Method*: *Quadrilaterals*).
- Wygenerować siatkę.
- Zamknąć program „Mesh”.

Obliczenia

- Uruchomić program Fluent: sekwencyjnie i w podwójnej precyzji.
- Sprawdzić jakość siatki (*Grid* → *Check*).
- Zdefiniować podstawowe ustawienia solvera: *segregated*, *2D*, *unsteady*.
- Włączyć równanie bilansu energii: *Define* → *Models* → *Energy equation*: OK.
- Włączyć model przemiany fazowej: *Define* → *Models* → *Solidification & melting*: OK. (Pojawia się informacja, że trzeba zdefiniować nowe parametry fizyczne).
- Zdefiniować właściwości materiałowe (*Define* → *Materials*):
 - o Nadać nazwę: *al_cu* (fluid),
 - o Ciepło właściwe (funkcja kawałkami liniowa),

T [K]	c_p [J/(kg K)]
300	766
873	766
923	1175
960	1175

- o Przewodność cieplna (funkcja kawałkami liniowa),

T [K]	k [W/(m K)]
300	153
873	153
923	77
960	77

- o Ciepło topnienia (*melting heat*): 3.778E5 [J/ kg],
- o Temperatury solidusu i liquidusu: 873 i 923 K.
- Zdefiniować warunki brzegowe:
 - o na ściankach lewej i dolnej WB III rodzaju: współczynnik przejmowania ciepła (*heat transfer coefficient*): 1000 [W/(m²K)], temperatura czynnika (*free stream temperature*): 300 [K],
 - o na pozostałych ściankach: warunek symetrii.
- Przypisać substancję do wnętrza obszaru: *Define* → *Boundary conditions* → wnętrze: material *al-cu*.
- Wyłączyć obliczenia przepływowe: *Solve* → *Controls* → *Solution* → *equations*
- Zainicjalizować: *Solve* → *Initialize* → *Initialize*: temperature: 950 K.
- Zapisać historię udziału fazy ciekłej w obszarze do pliku: *Solve* → *Monitors* → *Volume* .
- Przeliczyć przypadek:
 - o *time step size*: 1 [s],
 - o *number of time steps*: 50,
 - o *time stepping method*: fixe,
 - o *max iterations per time step*: 100.
- Zapisać wyniki do pliku.

Wyniki

- Przedstawić rozkłady temperatury i udziału fazy ciekłej, zapisać wyniki do plików graficznych.
- Wykonać wykres temperatury i udziału fazy ciekłej wzdłuż przekątnej (pomiędzy lewym dolnym a prawym górnym rogiem).
- Wyświetlić w programie EXCEL wykres czasowy udziału fazy ciekłej.